

بررسی و تحلیل پدیده Superelevation در قوس های کانال های روباز

فرشته پورآصف

اهواز، سازمان آب و برق خوزستان، دفتر تحقیقات شبکه های آبیاری و زهکشی

رضا عبدالشاه نژاد

اهواز، شرکت بهره برداری از شبکه های آبیاری کرخه و شاور، امور مطالعات و طراحی

مهسا عبدالشاه نژاد

دانش آموخته رشته مهندسی منابع طبیعی - آبخیزداری دانشگاه تهران

چکیده

پدیده سوپراولیشن (اضافه ارتفاع) از فاکتورهای مهم در طراحی کانال های قوس دار محسوب می شود. پژوهش حاضر با بهره گیری از اصول آماری و همبستگی جزئی معلوم می سازد که موثرترین پارامتر در تعیین میزان سوپراولیشن در مسیلهای قوس دار مجاری روباز، نسبت انحنا (R_c/b) و در درجه دوم اهمیت زاویه انحنا (θ) می باشد. در این تحقیق، روش های مختلف جهت محاسبه میزان سوپراولیشن از منابع متعدد استخراج گردید. ضمن یکسان سازی روش ها بر اساس پارامترهای مهم و با استفاده از داده های منتشر شده قبلی مقایسه بین روش های مختلف صورت پذیرفت. مشخص شد که جهت محاسبه میزان سوپراولیشن، بخصوص در قوس های با R_c/b بزرگ، بکارگیری بعضی روش های پیچیده ضرورتی ندارد. "روش خطی ساده" و "روش گرادیان خطوط جریان" جهت تعیین میزان سوپراولیشن از دقت کافی برخوردار است. در ادامه این تحقیق ارزیابی روش های مختلف و محدوده بکارگیری هر کدام ارائه شده است.

واژه های کلیدی: کانال روباز، قوس، superlevation، اضافه ارتفاع.

مقدمه

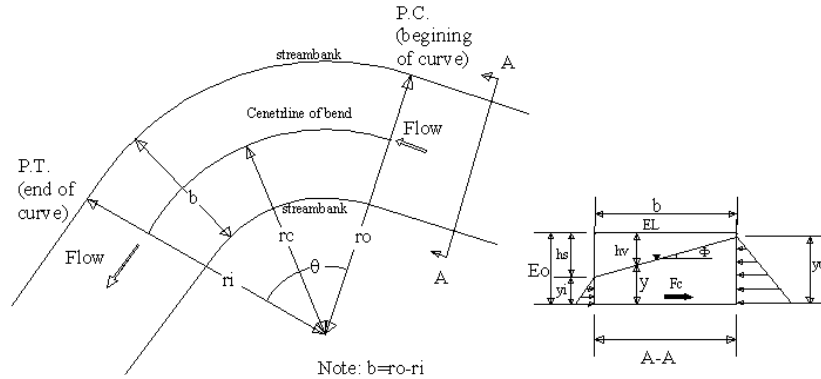
در مطالعه هیدرولیک جریان در انحنای کانال های باز مشاهده می گردد که مسیر رشته های جریان و حداکثر سرعت در اثر نیروی گریز از مسیر عادی خود منحرف می شوند. این امر سبب می گردد که رقوم سطح آب در دیواره بیرونی انحنا بالاتر و در دیواره داخلی پایین تر از رقوم نرمال جریان قرار گیرد. اختلاف رقوم سطح آب در مقطع عرضی جریان، بین قسمت مقعر و محدب در یک کانال را اضافه ارتفاع (به زبان انگلیسی Superlevation) و به زبان فرانسه (Devers) می نامند^۱.

تعیین پروفیل سطح آب در مقطع عرضی و مقدار بیشینه اضافه ارتفاع از اصول مهم در طراحی هیدرولیک جریان در مسیلهای غیر خطی مجاری باز می باشد. در این پژوهش پارامترهای مؤثر در برآورد میزان سوپراولیشن مورد ارزیابی قرار گرفته و مدل های مناسب جهت تخمین آن برای رژیم زیربحرانی و کانالهای مستطیلی معرفی می شوند.

هیدرولیک پدیده اضافه ارتفاع در رژیم های زیربحرانی و بیشینه تحقیق

مسیر سرعت بیشینه که در کانال های مستقیم معمولاً از محور کانال عبور می نماید، در شروع قوس از محور مذکور منحرف می شود. در ابتدای انحنا، مسیر مذکور به سمت دیوار داخلی قوس منحرف شده بنحوی که در نزدیکی ربع دوم با دیواره داخلی تماس حاصل می کند. در همین محل است که معمولاً حداقل عمق در مقطع عرضی رخ می دهد. این پدیده که تحت تاثیر نیروهای ثقلی و گریز از مرکز می باشد، سطح آب در مقطع عرضی کانال را از حالت افقی خارج می نماید (شکل (۱)). متعاقب آن، حداکثر عمق جریان در پروفیل عرضی در کناره دیواره خارجی و حداقل عمق

جریان در کناره دیواره داخلی قوس اتفاق می‌افتد. روش‌های مختلفی را می‌توان جهت تعریف پروفیل عرضی سطح آب و محاسبه میزان سوپراولیشن ($h_s = y_o - y_i$) ارائه نمود که بعضی از آنها در زیر بطور خلاصه بیان می‌گردد.



شکل (۱) نمایی شماتیک از یک قوس منفرد و معرفی پارامترهای موثر تعریف شده در پدیده سوپراولیشن

الف: روش خطی ساده

در این روش سرعت جریان یکنواخت فرض شده و بدلیل وجود تغییر جهت سیال در محل انحنا، نیروی گریز از مرکز (F_c) بر روی ذرات سیاله تاثیر گذار می‌باشد. با اعمال نیروی مذکور و نیروی ثقل ناشی از فشار هیدرواستاتیک (F_H)، پدیده شیب دار بودن سطح آب در مقطع عرضی به تعادل می‌رسد و لذا بر اساس قانون دوم نیوتن می‌توان نوشت:

$$F_{ro} - F_{ri} - F_c = 0 \quad \dots\dots\dots(۱)$$

$$\frac{\gamma y_o}{2} - \frac{\gamma y_i}{2} - B \left(\frac{y_o - y_i}{r_c} \right) \left(\frac{V^2}{g} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(۲)$$

که در آن y_o و y_i به ترتیب عمق آب در مجاورت قوس خارجی و داخلی، b عرض مجرا، γ وزن مخصوص آب، g شتاب ثقل، V سرعت متوسط آب در مجرا و در بالادست قوس و r_c متوسط شعاع قوس تا محور کانال می‌باشد. پس از ساده نمودن رابطه (۲) معادله برابندی بصورت زیر ارائه می‌گردد.

$$h_s = 2 \frac{V^2}{2g} \frac{b}{r_c} \quad \dots\dots\dots(۳)$$

روشن است در صورت ثابت بودن عرض مجرا و سرعت سرآب چنانچه شعاع قوس کوچک انتخاب شود، میزان سوپراولیشن (h_s) افزایش پیدا می‌کند، که از نظر طراحی نامطلوب می‌باشد.

ب: روش گرادیان خطوط جریان

در این روش وضعیت خطوط جریان در انحنا و در سطح شیب دار مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بدین منظور قانون دوم نیوتن برای هر کدام از خطوط جریان، در مقطع عرضی مجرا بکار گرفته می‌شود. لذا برای یک خط جریان در سطح شیب‌دار مقطع عرضی می‌توان نوشت:

$$\dots\dots\dots(۴)$$

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx}$$

که در آن $\tan \theta$ شیب محل استقرار هر المان در پروفیل عرضی مجرا است. همچنین با اعمال نیروی ثقل هر ذره (F_w) و نیروی F_{cp} به مرکز (F_{cp})، شیب مذکور در فوق را نیز با توجه به شکل (۱) می‌توان چنین تعریف کرد:

$$\tan \theta = \frac{F_{cp}}{F_w} = \frac{m \frac{V^2}{r}}{mg} = \frac{V^2}{rg} \quad \dots\dots\dots(۵)$$

با توجه به شکل (۱)، دو نیروی وزن و کشش در دو جهت بالا و پایین بر سیاله اثر گذار بوده و برآیند آنها بصورت افقی و در جهت مرکز قوس خواهد بود. نیروی اخیر بر اساس اصل دوم نیوتن با نیروی گریز از مرکز برابر است و بدین ترتیب سطح شیب دار پایدار باقی خواهد ماند.

با ادغام معادله (۴) و (۵) و انتگرال گیری ملاحظه می گردد که رابطه بالا که توسط گراشوف (Grashof, 1875) نیز معرفی شده است، میزان سوپرویشن (h_s) را بصورت تابع لگاریتمی زیر بیان می نماید:

$$h_s = 2 \frac{V^2}{2g} \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) \quad \dots\dots\dots(۶)$$

ج: سایر روش ها

وودوارد (Woodward, 1920) فرض نمود که سرعت صفر در مرز دیواره های کانال و سرعت بیشینه در محور مجرا و تغییرات سرعت بین این دو مرز بصورت سهمی می باشد. سپس رابطه ای برای h_s استخراج نمود. بدنبال محققین قبلی و وودوارد، پژوهشگرانی نظیر جوبز (Joebes, 1942)، شگری (Shukry, 1950)، آیین (Ippen, 1962) و بالاخره بروکس (Brooks, 1963) بر روی هیدرولیک قوس در مجاری روباز مطالعات مهمی انجام دادند. سپس یین (Yen, 1971)، آپمن (Apmann, 1973) و چادری (Choudhary, 1977) نیز روابطی برای تخمین پدیده سوپرویشن ارائه نمودند. اخیراً تحقیقاتی توسط وندین (Vandin, 1996) و وزارت راه آمریکا (Hydrain, 1999) و سازمان مهندسی ارتش آمریکا (USACE, 2001) انجام شده است که پس از یکسان سازی مدل ها براساس نسبت های r/b و $\theta/180^\circ$ جهت صحت سنجی هر کدام، در جدول یک تا سه به تفکیک ارائه گردیده اند. سایر مدل های ارائه شده نیز در ادامه معرفی می گردند.

عوامل موثر بر پدیده سوپرویشن

آنالیز ابعادی و مطالعات گوناگون نشان داده است که ضریب سوپرویشن (k_s) بسته به رژیم جریان به پارامترهای هیدرودینامیکی جریان، خصوصیات ژئومتری قوس همانند شعاع و زاویه انحنا (θ) و بالاخره به مشخصات کانال شامل عرض سطح آب (b) و عمق وابسته است:

$$\dots\dots\dots(۷)$$

آنالیز داده های موجود (بروکس (Brooks, 1963) و آپمن (Apmann, 1973)) نشان داد که مهم ترین پارامترها در میزان سوپرویشن k_s نسبت انحنا (r/b) است. با بزرگتر شدن نسبت انحنا، مقدار ضریب سوپرویشن کاهش می یابد. در صورتیکه نسبت $r/b > 4$ باشد، این ضریب تغییرات کمتری را از خود نشان می دهد و تقریباً مستقل از r/b می شود (اشکال ۲ و ۳). پس از نسبت انحنا، اهمیت زاویه انحنا با استفاده از آنالیز داده های حاصله از آزمایش ها مختلف محرز گردید. زاویه انحنا رابطه مستقیمی با میزان سوپرویشن دارد. بررسی داده های موجود نشان داد که تغییرات ضریب سوپرویشن برای زوایای صفر تا حدود ۹۰ درجه نسبت به حالتی که زاویه انحنا بین ۹۰ تا ۱۸۰ درجه است، سریعتر بوده و برای زوایای انحراف بزرگتر از ۹۰ درجه افزایش محسوسی ندارد.

مطالعه همبستگی بین داده های موجود نشان داد که پارامترهای r/b و $\theta/90^\circ$ بصورت معنی داری ضریب سوپرویشن را تعریف می نمایند. آنالیز داده های موجود نشان می دهد که تاثیر پارامترهای R_n ، b/y و F_r بر روی ضریب سوپرویشن در محدوده جریان های متلاطم و زیربحرانی اندک و قابل چشم پوشی است و یا توسط سایر پارامترهای موجود در تعیین میزان سوپرویشن تعریف می شود. بنابراین با توجه به بررسی های انجام شده، عوامل موثر بر ضریب سوپرویشن را می توان بصورت زیر خلاصه نمود:

$$k_s = F\left(\frac{r_c}{b}, \frac{\theta}{90^\circ}\right) \quad \dots\dots\dots(۸)$$

روش های محاسبه سوپرویشن و تعیین پروفیل عرضی سطح آب

جهت تعیین میزان سوپرویشن مدل های مختلفی ارائه شده است. در این مدل ها روش تعیین شکل پروفیل عرضی سطح آب (خطی، لگاریتمی و ...) برحسب تئوری حاکم بر روابط متفاوت می باشد. در اینجا به منظور یکسان سازی شکل روابط و مقایسه آنها، تمامی مدل های ارائه شده تاکنون برحسب نسبت های r/b و $\theta/90^\circ$ به شکل کلی زیر مرتب شده است: ($r_c = r_o - b/2$, $r_c = r_i + b/2$)

$$\dots\dots\dots(۹)$$

$h_s = F\left(\frac{r_c}{b}, \frac{\theta}{90^\circ}\right) \left(\frac{V^2}{2g}\right)$
 سپس با در نظر گرفتن شکل مقطع عرضی مجرا، میزان زاویه انحراف و رژیم جریان و با ترسیم و مقایسه آنها میزان درستی و دقت و محدوده های قابل تعریف برای هر رابطه تعیین گردیده است.

ضریب سوپرویشن در کانال های مستطیلی شکل با زاویه انحنای کمتر از ۹۰ درجه

با بررسی روابط مختلف و مقایسه آنها با یکدیگر و با داده های موجود نتایج زیر استخراج گردید:

۱. رابطه k_s و I/b همواره نزولی است. با افزایش نسبت انحنا مقدار ضریب سوپراولیشن کاهش می یابد و در نسبت‌های انحنا بزرگ، میزان سوپراولیشن مستقل از این پارامتر خواهد بود.
۲. در صورتیکه نسبت انحنا کمتر از $2/5$ باشد ضریب سوپراولیشن به سرعت افزایش می یابد و منحنی تقریباً بصورت مجانب با محور عرض خواهد بود.
۳. مغایرت اصلی در بکارگیری روابط در نسبت های r/b کمتر از ۳ است. بررسی داده‌های موجود نشان می‌دهد که در این محدوده روابط چت لی (b) (Chatley, 1931)، وندین و راهنمای (Hydrain(1999) قابل قبول نیستند.
۴. روش ون دین بیشترین و روش چتلی (b) کمترین مقادیر را برای ضریب سوپراولیشن برآورد می نماید.
۵. رابطه چتلی (b) مقدار سوپراولیشن را بسیار کمتر از سایر روابط برآورد نموده و در نسبت های انحنا بزرگتر از چهار مقدار ضریب سوپراولیشن را حدود صفر محاسبه می کند. آزمایش ها و مشاهدات نشان داده است که مقدار سوپراولیشن حتی در نسبت های انحنا بزرگتر از ۱۰ صفر نمی باشد.
۶. آنالیز حاضر نشان می دهد که روابط یین ، جوبز ، راهنمای (SCS(2001) ، راهنمای (G400(1969) ، چتلی (a) ، (a) USACE(1991) ، شگری و گراشوف برای تمامی نسبت های انحنا قابل قبول می باشند و مقادیر نزدیک به هم را پیش بینی می نمایند.
۷. روش ارائه شده توسط ون دین و رابطه ارائه شده در راهنمای (Hydrain(1999) و راهنمای (USACE(b) (1991) که جهت بکارگیری در طراحی کانالهای باز استخراج شده اند، مقدار ضریب سوپراولیشن را با ضریب اطمینان زیادی برآورد می نمایند. البته رابطه ون دین برای مقادیر r/b کوچک دارای نتایج مشابه سایر روش های معتبر و قابل قبول می باشد.
۸. بکارگیری روش های بروکس و همکاران و آپمن در نسبت های انحنا کوچکتر از یک نیاز به بررسی بیشتر دارد ولی دقت این دو روش در نسبت های انحنا بزرگ قابل ملاحظه است.
۹. رابطه وودوارد که چاو (Chow, 1959) نیز آنرا معرفی نموده است تفاوت محسوسی با سایر روابط دارد. بطوریکه برخلاف سایر روابط و آزمایش ها، میزان سوپراولیشن در روش وودوارد با افزایش نسبت انحنا (r/b) افزایش می یابد. از اینرو این رابطه در بررسی حاضر کنار گذاشته می‌شود.

ضریب سوپراولیشن در کانال های مستطیلی با زاویه انحنا بیشتر از ۹۰ درجه

در این حالت سه روش بصورت مشخص وجود دارد که از مبانی تئوری قوی برخوردار هستند. در اینجا نیز مدل‌های مورد نظر با اعمال تغییراتی برحسب دو پارامتر بدون بعد r/b و $\theta/90^\circ$ مرتب و در جدول (۲) ارائه شده است. بررسی‌ها نشان داد در صورتیکه نسبت انحنا بین $0/5$ تا ۱ باشد، روابط واتندورف (Wattendorf, 1934) و شگری ضریب سوپراولیشن بیشتری را نسبت به دو رابطه دیگر برآورد می نماید؛ ولی در سایر دامنه ها نتایج نزدیک به هم دارند.

ضریب سوپراولیشن در کانال های دوزنقه ای

روابط ارائه شده در جدول (۳) و شکل (۳) مشخصاً جهت بکارگیری در کانال های دوزنقه ای شکل استخراج شده اند. بررسی این روابط نشان می دهد که روش ون دین بیشترین و روش آپمن کمترین مقادیر را برای ضریب سوپراولیشن برآورد نموده و بقیه روابط در حد فاصل این دو قرار می گیرند. در صورتیکه نسبت متوسط شعاع انحنا به عرض سطح آب بزرگتر از ۵ باشد، تفاوت در مقادیر برآوردی حداقل و ناچیز می گردد. از آنجائی که در کارهای عملی، ساخت کانالهای دوزنقه ای شکل بانسبت r/b بزرگتر از ۵ مورد نظر است. لذا بکارگیری تمامی روابط نتیجه یکسان و قابل قبولی خواهد داشت.

جدول ۱ - روابط هیدرولیکی مختلف جهت تعریف ضریب سوپراویشن برای کانالهای با مقطع مستطیلی، رژیم زیربحرانی

و $\theta < 90^0$

رابطه ضریب سوپراویشن	منبع	ردیف
$k_s = \frac{8r_c/b}{(4(r_c/b)^2 - 1)^2 \cdot (\text{Ln}((2r_c/b + 1)/(2r_c/b - 1)))^2}$	شکری	۱
$k_s = 2(b/r_c)$	گراشوف (a)، چتلی (a)، USACE(a)	۲
$k_s = 4.6 \log\left(\frac{2r_c/b + 1}{2r_c/b - 1}\right)$	گراشوف (b)	۳
$k_s = 2.5 \times (2\alpha r_c/b - 1) \alpha (r_c/b)^3 + (4(r_c/b)^2 - 1)^2 \text{Ln}\left(\frac{2r_c/b + 1}{2r_c/b - 1}\right)$	ودوارد	۴
$k_s = \frac{16(r_c/b)^2 - 1}{4(r_c/b)^2 (2r_c/b + 1)^2}$	چتلی (b)	۵
$k_s = 3(b/r_c)$	جوینز، SCS، راهنمای G400(a)	۶
$k_s = 2 / [(r_c/b)^3 \cdot \text{Ln}((2r_c/b + 1)/(2r_c/b - 1))]$	بروکس	۷
$k_s = 2 \text{Ln}\left(\frac{2r_c/b + 1}{2r_c/b - 1}\right)$	ین	۸
$k_s = \left(\frac{5}{4}\right) \tanh\left(\theta \frac{r_c}{b}\right) \cdot \text{Ln}\left(\frac{2r_c/b + 1}{2r_c/b - 1}\right)$	آپمن، $\theta > 90^0$	۹
$k_s = 4(b/r_c)$	راهنمای Hydrain و USACE(b)	۱۰
$k_s = j(b/r_c)$	ون دین، $2 < j < 10$	۱۱

داده های مورد استفاده در تحقیق

در این تحقیق از داده های زیر استفاده شده است:

چادری $r_c/b=0.83$ ، $b/y=5$ ، $\theta=180^0$

آپمن $1 < r_c/b < 9$ ، $30^0 < \theta < 180^0$

آپین $\theta=60^0$ ، $2.5 < r_c/b < 5.9$ ، $7 < b/y < 12$

بروکس $b/y=1$ ، $0.5 < r_c/b < 3$ ، $45^0 < \theta < 180^0$

خلاصه و نتیجه گیری

بررسی داده های مختلف توسط این پژوهش نشان داد که تاثیر وزنی پارامترهای r_c/b و θ در تعیین میزان سوپراویشن در کانالهای باز، قابل توجه می باشد. از طرفی تجزیه و تحلیل موجود ثابت کرد که پیش بینی مدل های مختلف در نسبت های انحنای بزرگ که معمولاً در طراحی بکار گرفته می شود به هم نزدیک است. هرچند که بکارگیری روابط چتلی (b) و وودوارد بکلی توصیه نمی شود، ولی از آنجاییکه پیش بینی روش

های مختلف تقریباً یکسان است، بکارگیری معادلات ساده با فرم کلی $h_s = \left(j \frac{b}{r_c}\right) \left(\frac{V^2}{2g}\right)$ (روش یک بعدی تعادل نیروها) مناسب و منطقی

است. ضریب $j=2$ بهترین پاسخ در حالت رژیم زیربحرانی است ولی جهت تعیین دقیق ضریب j بخصوص برای نسبت‌های انحنای کوچک، نیاز به آزمایش‌ها و مشاهدات بیشتری می‌باشد.

جدول ۲- روابط هیدرولیکی مختلف جهت تعریف ضریب سوپراویشن برای کانال‌های با مقطع مستطیلی، رژیم زیربحرانی و

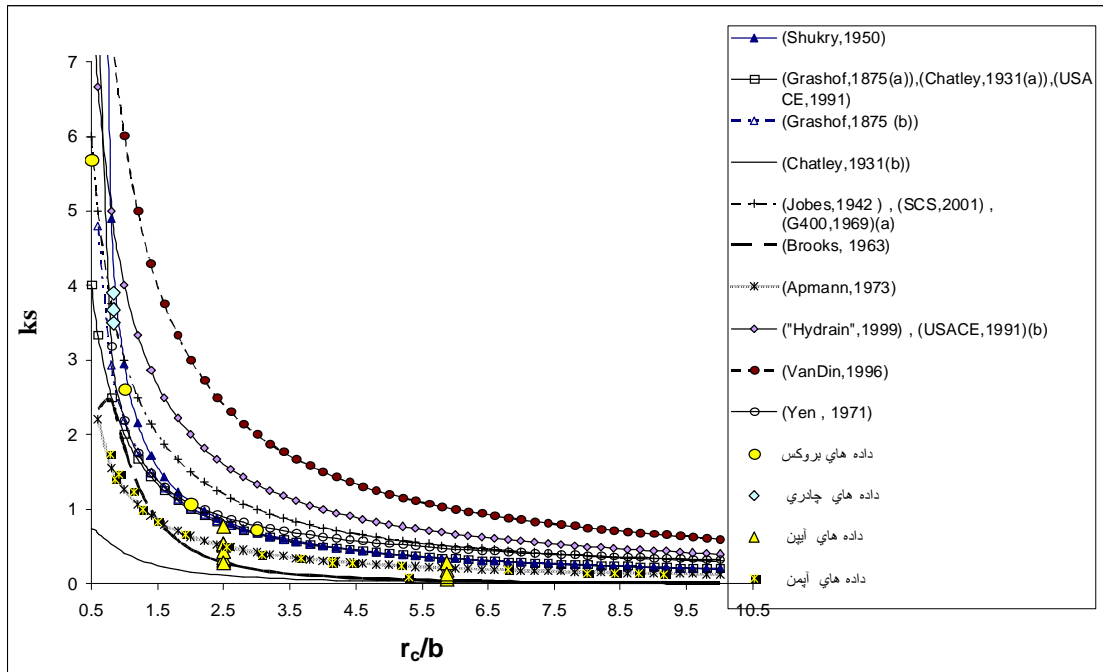
$$\theta < 90^\circ$$

رابطه ضریب سوپراویشن	منبع	ردیف
$k_s = \frac{3\alpha r_c/b}{(4(r_c/b)^2 - 1)^2} \left[\frac{1}{\text{Ln}\left(\frac{2r_c/b+1}{2r_c/b-1}\right)} \left[\frac{\theta}{90^\circ} + \left(1 - \frac{\theta}{90^\circ}\right) \left(\frac{r_c}{b}\right) \text{Ln}\left(\frac{2r_c/b+1}{2r_c/b-1}\right) \right] \right]^2$	واتندورف،	۱
$k_s = \left[\frac{2}{((r_c/b)^3 (\text{Ln}\left(\frac{2r_c/b+1}{2r_c/b-1}\right)))^2} \left[\frac{\theta}{90^\circ} + \left(1 - \frac{\theta}{90^\circ}\right) * \left(\frac{r_c}{b}\right) \text{Ln}\left(\frac{2r_c/b+1}{2r_c/b-1}\right) \right] \right]^2$	بروکس	۲
$k_s = \left(\frac{5}{4}\right) \cdot \tanh(\theta^{\text{rad}} \cdot \frac{r_c}{b}) \cdot \text{Ln}\left(\frac{2r_c/b+1}{2r_c/b-1}\right)$	آپمن	۳

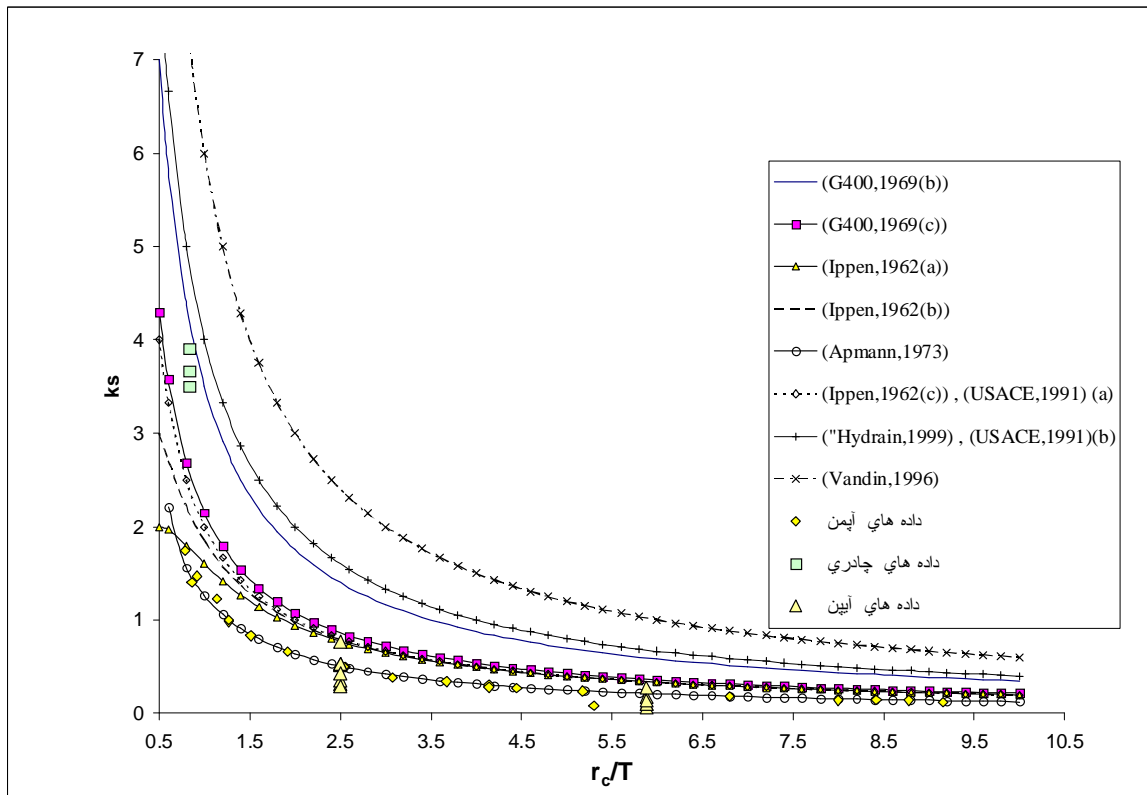
جدول ۳- روابط هیدرولیکی مختلف جهت تعریف ضریب سوپراویشن برای کانال‌های با مقطع دوزنقه ای، رژیم

زیربحرانی

رابطه ضریب سوپراویشن	نام محقق و سال	ردیف
$k_s = j(T/r_c) \quad 1 < j < 6, j_m = 3.5$	روش G400(b)	۱
$k_s = 2.15 \left(\frac{b + zy}{r_c}\right)$	روش G400(c) (با ۱۵٪ ضریب اطمینان)	۲
$k_s = \frac{2T}{r_c} \left[1 / (1 - (T/2r_c)^2) \right]$	آیین (a)	۳
$k_s = \frac{2T}{r_c} \left[1 / (1 - T^2/12r_c^2) \right]$	آیین (b)	۴
$k_s = \left(\frac{5}{4}\right) \tanh(\theta^{\text{rad}} \cdot \frac{r_c}{b}) \cdot \text{Ln}\left(\frac{2r_c/b+1}{2r_c/b-1}\right)$	آپمن	۵
$k_s = 2T/r_c$	آیین (a)، (c) USACE	۶
$k_s = 4T/r_c$	USACE(b)	۷
$k_s = jT/r_c \quad 2 < j < 10, j_m = 6$	ون دین	۸
$k_s = \frac{2g(b + 2zy)}{gr_c - 2zV^2}$	SCS (ترسیم نشده است.)	۹



شکل ۲- مقایسه مدل های مختلف سوپراویشن برای کانالهای با مقطع مستطیلی ، برای رژیم زیربحرانی و $\theta < 90^\circ$



شکل ۳- مقایسه مدل های مختلف سوپراویشن برای کانال های با مقطع ذوزنقه ای و برای رژیم زیربحرانی

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از سازمان آب و برق خوزستان و دفتر تحقیقات شبکه های آبیاری و زهکشی این سازمان به عنوان حمایت کننده مالی این پژوهش قدردانی می گردد.

مراجع

- Apmann, R.P., (1973). Estimating discharge from superelevation in bends. J. of Hydraulic Division, ASCE, Vol.99, No.HY1, 65-79.
- Brooks, N.H., and Shukry, A. (1963). Discussion of boundary shear stresses in curved trapezoidal channels. J. of Hydraulic Division, ASCE, Vol.89, No.HY3, 333-345.
- Chatley, H. (1931). Curvature effects in alluvial channels. Engineering , London, England , Vol.131, 260-261.
- Choundhary, U.K., Narasimhan., S. (1977). Flow in 180° open channel rigid boundary bends. J. of Hydraulic Division, ASCE, Vol.103, No.HY6.
- Chow, V.T. (1959). Open channel hydraulics. McGraw-Hill Book Company, Inc., N. y.
- Grashof, F., (1875). Theoretische maschinenlehre: Hydraulik. L. Voss , 748-751.
- USACE, SCS . (2001). Highway design manual. Chapter 860, Topic 861:General. Hydrain – Integrated drainage design computer system. (1999)., V.VI., HYCHL, Roadside Channels, Office of Technology Applications Federal Highway Administration, Washington DC.
- USACE . (1991). Hydraulic design of flood control channels. Engineering Manual, 1110-2-1601.
- Ippen, A.T., Drinker, P.A. (1962). Boundary shear stresses in curved trapezoidal channels. J. of Hydraulic Division , ASCE , Vol.88, No.HY5 , 143-179.
- Joebes, J. G., Douma, J.H. (1942). Testing theoretical losses in open channel flow. Part I: Superelevation at bends, ASCE, Vol.12, No.11.
- Shukry, A. (1950). Flow around bends in open flume. Trans.,751-779.
- G400. (1969). Storm Drain Design. Free Water Surface Design, Bureau of Engineering Manual , Part G.
- Vandine, D.F. (1996). Debris flow control structures for forest engineering. Research Branch, British Columbia Ministry of Forests, Victoria, B.C. Work.
- Wattendorf, F.L., (1934). A study of the effect of curvature on fully developed turbulent flow. Proceedings, Royal Society of London, Series A, Vol.148 , 565-598.
- Woodward, S.M. (1920). Hydraulic of the Miami flood control project. Miami Conservancy District, Technical Report, Part 7, Dayton, Ohio.
- Yen, C.L., Yen, B.C. (1971). Water surface configuration in channel bends. J.of Hydraulic Division, ASCE, Vol. 97, No.HY2 , 303-321.